جامعة الفراهيدي
كلية الادارة والاقتصاد
قسم المالية والمصرفية

المرحلة الثالثة

الاساليب الكمية

الكورس الاول

السعر: 3000
التسلسل: 7

2023/10/7

الاسم:

الفصل الاول
مدخل الى الاساليب الكمية

1- تاريخ الاساليب الكمية History of quantitative techniques

وجد هذا العلم اثناء الحرب العالمية الثانية لكتيب مباشرة للهجمات الالمان على لندن، فقد كانت الهجمات تصيب اهدافها بدقة، فدعا الانكليز لتجميع كل طاقاتهم العلمية والعسكرية واسسوا ولأول مرة فريق عمل لجميع الاختصاصات وأسموه (فريق بحوث العمليات) حيث هذا الفريق دوراً مهماً واستطاع ان يخفف من ضربات هجمات الالمان. وكان له دوراً فاعلاً في نتائج الحرب وكان ابرز العلماء الفاعلين عالم الرياضيات الذي أصبح المؤسس الرسمي لهذا العلم وهو العالم (George B. Dantzig) وبعدأن وضعت الحرب اوزارها انتقلت كل التقنيات التي استخدمت في الحرب الى الصناعة والتجارة وكان لها الدور المهم في نمو هذين النشاطين

2- مفهوم الاساليب الكمية Concept of quantitative techniques

هي عبارة عن استخدام الطرق والاساليب والادوات العلمية لحل المشاكل التي تتعلق بالعمليات الخاصة باي نظام لغرض تقديم الحل الامثل لهذه المشاكل. ي يمكننا القول بانها احدى الادوات الكمية التي تساعد لادارة في اتخاذ القرار.

3. اهمية الاساليب الكمية Importance of quantitative techniques

تكمن اهمية الاساليب الكمية في النقاط الاتية:-

(1) تعدد المشاكل وتعقيدها وتشابكها في الوقت الحاضر

(2) وجود قيود محدودية الموارد والامكانات وعدم محدودية الاستخدامات

(3) الاهتمام الواضح بعنصري الزمن والكلفة

(4) المنافسات الشديدة بين المنتوجات للوصول الى افضل انتاج

4. مراحل الاساليب الكمية phases of quantitative techniques

أن أهم مراحل دراسة الاساليب الكمية هي:

أولاً - تحديد وتعريف المشكلة بشكل واضح ودقيق ويتم من خلال الاتي:-

- تحديد الهدف بدقة أما زيادة ارباح أو خفض كلفة السعر
- تحديد المتغيرات الاساسية المؤثرة في عملية تحقيق
- بناء القيود التي تتحكم بالمتغيرات وتثبيت شروط تحقيقها

ثانياً - صياغة أو بناء النموذج الرياضي الملائم للمشكلة قيد الدرس وتتضمن هذه العملية (النموذجة) وهي عملية صياغة أو تمثيل مكونات المشكلة المؤثرة والمتأثرة على شكل علاقات رياضية واضحة تربط بينها، وتتضمن تحديد البدائل الممكنة والقيود

اللازمة ومعيار تقييم المتغيرات ونذكر هنا أن اي خطأ في تمثيل المتغيرات يؤدي الى اصدار قرارات خاطئة.

ثالثاً - ايجاد حل للنموذج الرياضي وايجاد قيم المتغيرات الداخلة في بناء النموذج الرياضي

رابعاً - أختبار النتائج التي حصلنا عليها نتيجة حل النموذج والتأكد من مدى مطابقتها مع ظروف المشكلة

خامساً - تطبيق الحل وترجمة النموذج الى اسلوب عمل وتقديمه للجهات المختصة لدراسة تطبيقه

الفصل الثاني
نظرية القرارات
Decisions Making Theory

1 - المقدمة

اتخاذ القرارات (Decisions) يكون مطلوب حينما يواجه فرد أو منظمة (خاص أو عام) حالة اختيار مثالية (أو افضل قرار لبعض الاهداف) ومن بين مجموعة من البدائل المتوفرة، على سبيل المثال فرد يجب ان يقرر سواء أن يبني بيت لشراء شقة أو يعيش في بيت مستأجر، ومثال أخر قرار لشراء سيارة هل سيكون بصوره نقدية أو بالتقسيط أو بدفع جزء منها وتقسيط الباقي أو قد ترغب شركة الاعمال ان تقرر نوع التقنية التي ستستعمل في الانتاج والمفاضلة فيما بينها واختيار الطريقة الاكثر ملائمة لانتاج المصنع

ان عملية اتخاذ القرارات تعتبر من الفعاليات المهمة والاساسية التي يقوم بها المدراء والمسؤولين لاتخاذ القرارات المناسبة لحل المشاكل الكبيرة التي تعاني منها في حل المشاكل والمعضلات

2. مشكلة صنع القرار Decision Making Problem

هي طريقة تحليلية منهجية للتعامل مع المشاكل المطلوبة بأسلوب علمي منظم وبالاستعانة بمنهج كمي يساعد في تقييم واختيار البدائل المتاحة

وفيما يلي بعض المفاهيم الهامة

- القرار Decision

اختيار بديل من بين مجموعة من البدائل بهدف تحقيق هدف أو مجموعة أهداف معينة

- العناصر الأساسية للقرار Steps of Decision وتتضمن الآتي

- الاختيار Choice
- مجموعة من البدائل Alternative
- مجموعة من الأهداف Goals

والقرار الجيد هو الذي يبنى على المنطق ويدرس جميع البدائل ويعتمد الأساليب الكمية كمنهج علمي لاتخاذ

- مصفوفة القرارات Decision Matrix

عبارة عن مجموعة صفوف أو أعمدة حيث تمثل الصفوف الخيارات أو البدائل المتاحة أمام متخذ القرار في حين تمثل الأعمدة حالات طبيعية أو الظروف الخارجية المحتمل حصولها

- العائد (المردود أو الناتج) outcomes

هو الربح أو الخسارة الناتجة عن تبني استراتيجية معينة وحصول ظرف خارجي معين.

- الاستراتيجية (البديل) Strategy

هي الأساليب أو الطرق العلمية التي يلجأ إليها المدير لتحقيق الأهداف في ظل حالات طبيعية معينة.

- حالات طبيعية States of Nature

هي الظروف أو العوامل الخارجية التي يمكن ان تؤثر في العائد أو نتيجة القرار دون ان يكون متخذ القرار سيطرة عليها مثل الاقتصاد الوطني أو حالة الطقس أو الوضع الأمني أو قرارات الحكومة.

ج. تصنيفات صنع القرار Decision Making Categories

تواجه متخذ القرار ثلاث حالات لصنع القرار وهي

(1) حالة التأكد التام Certainty
(2) حالة عدم التأكد uncertainty
(3) حالة المخاطرة Risk

ان كل من هذه الحالات لها سمات تميزها عن غيرها وتجعل من عملية صنع القرار في ظلها مختلفة من حيث درجة التعقيد وسهولتها أو صعوبتها كما ان لكل ظرف اساليب أو نماذج كمية يمكن ان تعتمد ما كده متخذ القرار

أولا: حالة التأكد التام Certainty

الحالة التي يعرف فيها متخذ القرار العائد الذي ينتج عن تبني اي من البدائل المتاحه على وجه الدقه والتأكد التام مثلاً عندما تتوفر معلومات الاسعار للشهر اوليه الطلب للاسبوع القادم ... الخ فان العنصر الاحتمالي في اتخاذ القرار يكون غير مهم في هذه الحالات

مثال رقم (1)

يرغب احد المستثمرين استثمار مبلغ معين من المال حيث ان العائد الذي يأمل الحصول عليه من كل مجال من مجالات الاستثمار كما موضح في الجدول ادناه . المطلوب تحديد استراتيجية الاستثمار المثلى التي تعظم العائد

مجال الاستثمار	العائد المتوقع
وديعه حكوميه S_1	5 %
سندات حكوميه S_2	6 %
شهادات استثمار S_3	5.5 %

الحل:

القرار اختيار البديل الذي عائد وهو استثمار في السندات الحكوميه اي الاستراتيجيه الثانيه حيث تمثل البديل الذي عائد وهو 6 %

مثال رقم (2):-

يفكر سامان في السفر الى مدينة أسطنبول ويرغب في اختيار وسيلة النقل الأقل تكلفة من بين وسائل النقل المختلفة والذي موضحة في الجدول الآتي.

م/ تحديد الاستراتيجية المثلى التي تحقق اقل تكلفة ممكنة للسفر.

وسيلة النقل	التكلفة النقدية بالدولار
سيارة خاصة S_1	20 $
باص سوبر S_2	10 $
قطار S_3	18 $
سيارة اجرة S_4	14 $
طائرة S_5	50 $

الحل:

القرار اختيار الاستراتيجية الثانية الاقل في التكلفة بقيمة 10 $

ثانياً: حالة عدم التأكد Uncertainty

وهي الحالة التي تتعدد فيها الاستراتيجيات والحالات الطبيعية بحيث لا يمكن تحديد احتمالات الحدوث للحالات الطبيعية المختلفة بشكل موضوعي من المشاكل التي يمكن فيها تحديد الاحتمالات.
لذلك لابد من الاستعانة في مثل هذه الأنواع من المشاكل بأربعة معايير شائعة الاستخدام في ظل ظروف عدم التأكد وهي:-

- معيار التشاؤم (الأدنى - الأقصى) minimax criterion
- معيار التفاؤل (هيروويز) Hurwicz criterion
- معيار لابلاس Laplace criterion
- معيار الحد الأدنى للندم (معيار سافاج) Savage criterion

1: معيار التشاؤم (الأدنى - الأقصى) أو (الأقصى - الأدنى)

ويسمى كذلك معيار (والد) نسبة الى العالم (Abraham Wald) يقوم هذا المعيار على افتراض التشاؤم في الحالة النفسية لمتخذ القرار في انه يتوقع حدوث أسوأ الظروف ثم يختار أفضل أسوأ احتمال باختيار أسوأ النتائج في كل استراتيجية من الاستراتيجيات ومن ثم اختيار البديل الأفضل والذي سيكون اكبر الأرقام في حالة الأرباح اي يطبق معيار (maximin) اما في حالة تقليل التكاليف فان البديل الأفضل يكون اختيار ادنى رقم منها اي يطبق معيار (minimax)

مثال رقم (3)

اعتمد معيار والد (Wald) لاختيار الاستراتيجية المثلى حالة تعظيم الارباح بقيمة آلاف الدنانير لمصفوفة الآتية

S \ N	N_1	N_2	N_3	N_4
S_1	15	18	40	35
S_2	26	19	28	17
S_3	40	36	41	26
S_4	28	22	32	19

امثل قيمة الفئة.

نغير

الحل// نحدد ادنى القيم في كل استراتيجية لانها مصفوفة ارباح فيكون

الحالة N / الاستراتيجية S	Min
S_1	15
S_2	17
S_3	26
S_4	19

→ Maximin

ويكون القرار: اختيار افضل الاسوأ وهو الاستراتيجية الثالثة حيث تمثل اعلى القيم وهي $S_3 = 26$ اي تم تطبيق معيار (maximin).

مثال رقم (4)

اعتمد معيار والد لاختيار استراتيجية مثالي في حالة تقليل التكاليف بقيمة الاف الدنانير

S \ N	N_1	N_2	N_3	N_4
S_1	40	55	43	35
S_2	32	41	48	40
S_3	45	38	36	51

الحل: نحدد أعلى القيم في كل استراتيجية من الاستراتيجيات لانها مصفوفة تكاليف فيكون

S البديل \ N الحالة	max
S_1	55
S_2	48
S_3	51

← minmax

القرار يكون باختيار الاستراتيجية الثانية وهي $S_2 = 48$ اي اختيار القيمة الاقل من بين جميع الاستراتيجيات اي تطبيق معيار minimax

2- معيار التفاؤل (افضل الافضل)
(maximax)

Hurwicz

يقوم هذا المعيار على افتراض التفاؤل في الحالة النفسية لمتخذ القرار واختيار البديل الذي يعطي افضل النتائج ويسمى هذا المعيار ايضا معيار الواقعية ويسمى للعالم (loind hurwicz) ويأخذ بنظر الاعتبار افضل النتائج واسوئها في كل استراتيجية وكذلك مراعاة الحالة النفسية لمتخذ القرار وكونه متفائلا او متشاوما يحدد بمدى معين حيث يتم تحديد معامل التفاؤل وتتراوح قيمته ما بين الواحد والصفر (0-1).

ويتم اختيار البديل الافضل وفق الخطوات الاتية

(1) يتم اختيار افضل النتائج في كل استراتيجية وكذلك اسوأ النتائج

(2) تحديد معامل التفاؤل وسيكون متمم هذا المعامل معامل التشاؤم فاذا كان معامل التفاؤل (0.6) فان معامل التشاؤم هو (0.4)

(3) ضرب افضل النتائج في كل استراتيجية بمعامل التفاؤل وكذلك ضرب اسوأ النتائج بمعامل التشاؤم وجمع القيمتين

(4) اختيار اكبر الارقام في حالة تعظيم الارباح واختيار اقل الارقام في حالة تقليل التكاليف

ملاحظة: في حالة لم يذكر في السؤال معامل التفاؤل او التشاؤم يعامل على انه حالة التأكد التام

مثال رقم (5)

الصفوفة الآتية توضح العوائد المتوقعة من تبني أي من الاستراتيجيات الاربعة المتاحة امام متخذ القرار وحصول أي حالة من الحالات الطبيعية المطلوبة / اعتماد معيار التفاؤل لتحديد افضل الاستراتيجيات بهدف تعظيم الارباح علماً ان معامل التفاؤل هو 0.6 ؟

S \ N	N_1	N_2	N_3
S_1	10	8	4
S_2	12	10	8
S_3	8	5	12
S_4	20	16	18

احدد افضل نتائج لكل استراتيجية واسوأها واضربها بالمعاملات

الحل / نحدد أفضل النتائج (القيمة الاعلى) في كل استراتيجية وضربها بمعامل التفاؤل وكذلك اسوأ النتائج (القيمة الادنى) في كل استراتيجية وضربها بمعامل التشاؤم والذي يساوي 0.4

S \ N	Best الافضل	Worst الاسوأ	Result النتيجة
S_1	10*0.6	4*0.4	7.6
S_2	12*0.6	8*0.4	10.4
S_3	12*0.6	5*0.4	9.2
S_4	20*0.6	16*0.4	18.4

القرار: تبني البديل الرابع الذي يحقق اكبر قيمة وهي (18.4)

مثال رقم (6)

مثال رقم (5) اعتمد معيار التفاؤل لتحديد أفضل الاستراتيجيات بهدف تقليل التكاليف علماً أن معامل التفاؤل هو 0.6

S \ N	Best الأفضل	Worst الأسوأ	Result النتيجة
S_1	4*0.6	10*0.4	6.4
S_2	8*0.6	12*0.4	9.6
S_3	5*0.6	12*0.4	7.8
S_4	16*0.6	20*0.4	17.6

القرار: يكون تبنى الاستراتيجية الأولى لأنها تمثل أقل التكاليف وهي (6.4).

3) معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات) Laplace

يقوم هذا المعيار على اساس الفلسفة التي تفترض انه طالما لا يملك معرفة احتمال حصول كل حالة من الحالات الطبيعية فانه يجب معاملتها بالتساوي من حيث احتمال حدوثها لذا تفترض ان كل الحالات لها نفس الاحتمال بامكانية الحدوث فاذا كان هناك عدة حالات طبيعية متوقعة فان احتمال حصول كل منها هو $(\frac{1}{5})$ ويتم اتخاذ القرار هنا عن طريق جمع القيم الخاصة بكل استراتيجية ومقارنتها على عدد الحالات الطبيعية ثم اختيار اعلى الارقام في حالة السعي تعظيم الارباح او أختيار اقل رقم في حالة تقليل التكاليف

مثال رقم (7)

اذا كان لديك مصفوفة القرار الاتية لاستثمار مبلغ معين ومتاح عدة بدائل وظروف خارجية

م/ تحديد البديل الافضل للاستثمار باستخدام معيار لابلاس.

الحالة / البديل	N_1	N_2	N_3	N_4
S_1	8	14	10	12
S_2	6	12	16	8
S_3	10	9	11	8
S_4	16	13	15	12

الحل:

	المجموع / العدد	النتيجة
S_1	$\frac{8+14+10+12}{4}$	11
S_2	$\frac{6+12+16+8}{4}$	10.5
S_3	$\frac{10+9+11+8}{4}$	9.5
S_4	$\frac{16+13+15+12}{4}$	14

القرار: تبني الاستراتيجية الرابعة حيث يحقق اكبر عائد هو (14) الف دينار

4 - معيار أقل ندم (أسف) Savage

(اي المدير النادم) والندم هو الخسارة في الفرصة البديلة ويمثل المبلغ الذي يتحسر صاحب القرار على خسارته في حالة الاختيار الخاطئ للبديل الأمثل

ان هذا المعيار (معيار متفائل) يساعدنا على اختيار الخيار الذي يحقق اقل أسف على الفرص الضائعة اي أننا لا نريد تضييع الفرص الاستثمارية ولذلك فاننا نغير البيانات في الجدول لتصبح كل افضل ضياع للفرص وذلك بطرح كل قيمة في كل عمود من القيمة الاعلى في ذلك العمود بعد ذلك نضع اسف (ضياع للفرصة) لكل خيار في العمود الاخير ثم نختار اقلها.

اختيار اقل قيمة في كل عمود لتكون هي البديل الأمثل.

اخذ اعلا قيمة في كل عمود واستخرجها من الباقي

مثال رقم (8)

أعتمد معيار سافاج (الندم) لاختيار البديل الأفضل لمصفوفة الأرباح الآتية

المدير العام

الحالة الطبيعية في السوق

حالة البديل	N_1	N_2	N_3
S_1	12	18	15
S_2	17	10	14
S_3	22	16	10
S_4	14	14	14

الحل: بما ان مصفوفة تمثل أرباحاً فانه يتم تحديد اعلى رقم في كل عمود ويطرح من باقي ارقام العمود

	N_1	N_2	N_3	معيار سافاج
S_1	10	0	0	10
S_2	5	8	1	8
S_3	0	2	5	5
S_4	8	4	1	8

اقل ضياع للفرص

القرار: حسب معيار سافاج هو يمثل الاستراتيجية الثالثة لانها تمثل اقل ضياع للفرص بقيمة (5) الاف

مثال رقم (9)

اعتمد معيار سافاج (الندم) لاختيار البديل الافضل في مصفوفة التكاليف الآتية

الحالة / البديل	N_1	N_2	N_3	معيار الواقع
S_1	12-12=0	8	5	8
S_2	5	0	4	5
S_3	10	6	0	10
S_4	2	4	4	4

وختار اقل قيمة ونطرحها من كل بديل

القرار هو تبني الاستراتيجية الرابعة لانها تمتلك اقل ندم بقيمة (4) الالف

اقل ضياع للفرص

ثالثاً: اتخاذ القرار في حالة المخاطرة Decision making under Risk

في هذه الحالة تكون المعلومات عن حالات الطبيعة هي معلومات احتمالية وفي ظل هذا التوزيع الاحتمالي يمكن لصانع القرار ان يختار البديل الذي يتفق مع المعيار المطبق حيث انه يعلم احتمالات حدوث الحالات الطبيعية ولكنه لا يعلم ايا منها سوف يحدث ومن اشهر الاساليب في هذا المجال هو اسلوب القيمة المتوقعة Expected value

EMV

تتمثل هذه القرارات بالقرارات الاحتمالية حيث يتوافر لصانع القرار معلومات غير كاملة عن الحالات الطبيعية ويعبر عن هذه المعرفة

معيار القيمة المالية المتوقعة: الحل الأمثل هو الذي يعطي افضل قيمة مالية متوقعة للعوائد طبقاً للمدف

① اكبر قيمة مالية متوقعة عند التعظيم

② اصغر قيمة مالية متوقعة عند التخفيض

مثال رقم (10)

استخدم اسلوب القيمة المتوقعة اذا كان لديك مصفوفة التكاليف الاتية وجد القرار الامثل لتقليل التكاليف

وتحسب هذه القيمة المالية المتوقعة لكل بديل حيث تضرب العوائد r_{ij} في الاحتمالات P_{ij} المقابلة لها ثم جمع الناتج

$$EMV(a_i) = \sum_{j=1}^{m} r_{ij} \cdot P_j$$

البديل \ الحالة	N_1	N_2
S_1	80 ~~90~~	60 ~~70~~ 50
S_2	40 50	90 ~~80~~
S_3	20 30	70
احتمالات الحدوث	70%	30%

الحل: نحسب القيمة المتوقعة لكل استراتيجية.

$$EMV_1 = (80 * 0.70) + (60 * 0.30)$$

$$= 56 + 18$$

$$= 74$$

$EMV_1 = (40 * 0.70) + (90 * 0.30)$

$= 28 + 27$

$= 55$

$EMV_2 = (20 * 0.70) + (70 * 0.30)$

$= 14 + 21$

$= 35$

القرار هو اختيار البديل الثالث لأنه يحقق أقل تكلفة

مثال رقم (11)

يرغب مدير مصنع في تقييم ثلاثة بدائل للتوسع في نشاطاته الانتاجية وهذه البدائل هي بناء مصنع صغير أو متوسط أو كبير ويواجه هذا القرار ارتفاع الطلب أو ثباته أو انخفاضه كما ان احتمال ارتفاع الطلب هو (40%) وثباته (35%) وانخفاضه (25%) وقد قدر المدير نتائج البدائل المختلفة مع الحالات الطبيعية كما في الجدول / احسب القيمة المتوقعة لكل استراتيجية (بديل) اوجد القرار الأفضل لتحقيق اعلى ارباح

م/ ما هو القرار الأمثل

الحالة / البديل	N_1	N_2	N_3
S_1	100	190	70
S_2	200	100	90
S_3	300	80	100
احتمالات الحدوث	40%	35%	25%

اكمل / نحسب القيمة المتوقعة لكل استراتيجية

$EMV_1 = (100 * 0.40) + (90 * 0.35) + (70 * 0.25)$

$= 40 + 66.5 + 17.5$

$= 124$

اضافة كان كل استراتيجية S_1

$EMV_2 = (200 * 0.40) + (100 * 0.35) + (50 * 0.25)$

$= 80 + 35 + 22.5$

$= 137.5$

$EMV_3 = (300 * 0.40) + (80 * 0.35) + (100 * 0.25)$

$= 120 + 28 + 25$

$= 173$

$S_3 = 173$

القرار هو ان يبني المصنع الكبير وهو البديل الثالث
والذي يحقق اكبر الارباح ضمن الحالات الطبيعية الثلاثة

تمارين

1 س: شركة طيران تقوم باستغلال بيضم مجموعة من الطائرات، ونظراً لتقادم هذه الطائرات قامت الشركة باجراء دراسة من اجل رفع عائدها السنوي وتوصلت الى النتائج في الجدول الآتي

البديل (الاستراتيجية)	الربح المتوقع (مليون دينار)
الاستمرار في تشغيل الأسطول كما هو	200
الاحتفاظ بالأسطول مع تجديد التجهيزات	250
استبدال كل الاسطول بأسطول جديد	240

المطلوب تحديد البديل الامثل الذي يحقق للشركة اكبر الارباح المتوقعة.

2 س: تمثل المصفوفة التالية ارباح مجموعة من البدائل

المطلوب: استخدام المعايير الثلاث الآتية لتحديد افضل استراتيجيات

1- معيار التشاؤم
2- معيار لابلاس
3- معيار سافاج

البديل \ الحالة	N_1	N_2	N_3	N_4
S_1	7	10	11	18
S_2	13	10	11	14
S_3	12	7	5	8
S_4	9	10	3	6

س: للسؤال رقم (2) اذا كان معامل التفاؤل هو (0.6) استخدم معيار التفاؤل لتحديد افضل الاستراتيجيات لتعظيم الارباح

س٦ : مصنع ينتج الأقمشة الواقية بآلات من تكنولوجيا متوسطة، بعدات اصبحت له سمعة مقبولة من الموقف اصبح يسعى لتعزيز عوائده المالية فتم تحديد ثلاث بدائل الآتية

- الابقاء على المصنع كما هو
- ادخاله تعديلات على الآلات وادخال تحسينات جديدة
- استبدال كل الآلات بآلات جديدة ذات تكنولوجيا حديثة

وبافتراض انه تم اعطاء الاحتمالات التالية لكل حالة: 50% للحالة الاولى، 30% للحالة الثانية، 20% للحالة الثالثة

وقد قدر المصنع العائد المتوقع حسب كل بديل من البدائل وحسب كل حالة من حالات التسويق كما في الجدول الآتي:

م/ ماهو القرار الامثل (البديل الافضل)

الحالة / البديل	N_1	N_2	N_3
S_1	20	17	23
S_2	14	19	15
S_3	18	9	31
احتمالات الحدوث	0.50	0.30	0.20

مكونات البرمجة الخطية

1- وجود دالة الهدف محددة: Objective Function

(Maximization تعظيم الربح أو Minimization تقليل التكاليف)

2- وجود عدد معين من المتغيرات الأساسية: Basic Variables

وتشترط متغيرين فقط لكي يتم التعبير عنها بالمتغيرات الأساسية (x_1,x_2)

3- وجود قيود أو محددات: Constraints

يتم التعبير عنها بصورة متباينات بينها علاقة اقل من أو يساوي $\leq$

أو اكبر من ويساوي $\geq$

4- شرط عدم السلبية Non Negativity

وهذا عام وأساسي لجميع أنواع البرمجة الخطية $x_1,x_2 \geq zero$

أهداف نماذج البرمجة الخطية:

1. تعظيم الربح اكبر قيمة في الحل بعد اختبارها في دالة الهدف
2. تقليل التكاليف اقل قيمة في الحل بعد اختبارها في دالة الهدف

أشكال القيود

ويعبر عن القيود في شكل معادلات خطية ، وهي كما يلي:

1. متساوية : (=) Equality
2. متباينة : أقل من ($\leq$) Less Than Or Equal To
3. متباينة : أكبر من ($\geq$) More Than Or Equal To

كيفية صياغة النموذج الرياضي

1. إما أن تكون على هيئة مشكلة يتم دراستها كدراسة حالة Case Study
2. أو بيانات محدده في جدول
3. أو على شكل نموذج رياضي محدد به دالة الهدف والقيود

صياغة المشكلة

المشكلات التمثيلة غالبا ما تأتي في صورة كلامية، وتحدد طريقة الحل في تصوير المشكلة في شكل نموذج رياضي يعبر عن المشكلة، ومن ثم يحل هذا النموذج بالأساليب المختلفة.

ويمكن إتباع الخطوات التالية في بناء النموذج الرياضي.

1. حدد الكميات التي تحتاج إلى قيم مثلى. وعرفها كمتغيرات لتأخذ الرموز x1, x2,
2. عرف هدف المشكلة وعبر عنه رياضياً باستخدام المتغيرات .
3. حدد ومثل القيود في صورة متباينات وذلك باستخدام المتغيرات.
4. أضف إلى النموذج الرياضي شرط عدم السلبية (إن جميع المتغيرات يجب أن تكون اكبر من أو تساوي الصفر).

الهدف تحديد ربحكام اكبر صنع رياضة

ما هي الخطوات الاساسية المتبعة عند صياغة مشكلة برمجية؟

1. عند ذكر كلمه مركبات أساسية هي المتغيرات الأساسية X1,X2
2. عند ذكر أقسام العمل مراحل الإنتاج خطوات العمل تعتبر عدد القيود كل منها قيد على حده
3. عند ذكر كلمة أرباح تعتبر دالة هدف ربح MAX
4. عند ذكر كلمة تكلفة تعتبر دالة هدف تكلفة MIN
5. عند ذكر كمية تحديد الإنتاج أو ساعات العمل هي الكميات في القيد التي توضع بعد إشارة المتباينة وتكتب باللغة الانجليزية
6. عند التأكد من عدد المتغيرات الأساسية إن كانا متغيرين أساسين فقط تحل بالطريقة البيانية أما إن كانا أكثر من متغيرين أساسين تحل بطريقة السمبلكس
7. دوما تكون إشارة المتباينات في حالة MAX تكون اقل من أو يساوي ≤ دائما أما في حالة MIN تكون اكبر من أو يساوي ≥ دائما
8. عند ذكر كلمة على الأكثر تكون إشارة المتباينة في القيد اقل من أو يساوي ≤
9. عند ذكر كلمة على الأقل تكون إشارة المتباينة في القيد اكبر من أو يساوي ≥
10. عند ذكر كلمة بالضبط، تماما، تحتوي فقط تكون إشارة القيد يساوي =

مثال تطبيقي(2)

تقوم شركة متخصصة في فن الديكور وأعمال الجبس بتشطيب برج سكني في مدينة غزة، وكان الالتزام المفروض على الشركة كالتالي:

إعداد تركيبين أساسين في الدهان و الجبس بحيث:

يحتاج التركيب الأول 4 ساعات من المادة الأولى، و 2 ساعة من المادة الثانية

ويحتاج التركيب الثاني إلى 3 ساعات من المادة الأولى و ساعة من المادة الثانية

بحيث يستهلك من الماد الأولى 500 جم، ومن المادة الثانية 600 وحدة

ويحقق التركيب الأول ربحا بمقدار 7000 دينار ويحقق التركيب الثاني 5000 دينار

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أكبر ربح ممكن؟

$$\text{MAX } Z = 7000X_1 + 5000X_2$$

Subject to:

$$\begin{aligned} 4X_1 + 3X_2 &\leq 500 \\ 2X_1 + X_2 &\leq 600 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

مثال تطبيقي(3)

تقوم شركة سطركو لصناعة المواد الكيماوية للمنظفات بصناعة مركب يستخدم في التنظيف يتكون من ثلاثة مركبات أساسية ويمر بثلاثة مراحل من التصنيع بحيث:

يحتاج المركب الأول في المرحلة الأولى 3 ساعات تصنيع وتركيب، والمرحلة الثانية 4 ساعات تحليل ومعايرة، والمرحلة الثالثة 5 ساعات تعبئة وتغليف.

و يحتاج المركب الثاني في المرحلة الأولى 6 ساعات تصنيع وتركيب، والمرحلة الثانية 2 ساعات تحليل ومعايرة، والمرحلة الثالثة 4 ساعات تعبئة وتغليف

يحتاج المركب الثالث في المرحلة الأولى 7 ساعات تصنيع وتركيب، والمرحلة الثانية 3 ساعات تحليل ومعايرة، والمرحلة الثالثة 2 ساعات تعبئة وتغليف

ويعمل في المصنع عمال بواقع 9 ساعات يوميا في قسم التصنيع والتركيب، و 8 ساعات في قسم التحليل والمعايرة، و 7 ساعات في قسم التعبئة والتغليف.

وعند قسم التسويق يحقق اللتر الواحد ربحا بمقدار 12 دينار للمركب الأول، و 14 دينار للمركب الثاني، و 16 دينار للمركب الثالث

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 12X_1 + 14X_2 + 16X_3$$

$$\text{Subject to: } \begin{aligned} 3X_1 + 6X_2 + 7X_3 &\leq 9 \\ 4X_1 + 2X_2 + 3X_3 &\leq 8 \\ 5X_1 + 4X_2 + 2X_3 &\leq 7 \\ X_1, X_2, X_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

مثال تطبيقي (4)

ينتج مصنع العودة نوعين من السلع: الأول بسكويت، والثاني شوكولاته. بحيث:

يحتاج الأول 4 ساعات في قسم التصنيع، و 2ساعة في قسم التغليف

ويحتاج لثاني 5 ساعات في قسم التصنيع ، و 3 ساعات في قسم التغليف.

ويعمل في المصنع عمال بواقع 8 ساعات يوميا في قسم التصنيع ، و 3 ساعات في قسم التغليف

ويحقق النوع الأول ربحا بمقدار 10 دينار للوحدة الواحدة ويحقق الثاني 30 دينار للوحدة الواحدة

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 10X_1 + 30X_2$$

$$\text{Subject to: } 4X_1 + 5X_2 \leq 8$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

مثال تطبيقي (5):

شركة الفخامة لصناعة الأثاث المنزلي تصنع ثلاثة أنواع من الأثاث:(طاولات، كراسي، كتب)

النوع	الطاولات	الكراسي	الكتب	المورد
مواد أولية	30	20	30	120
ساعات عمل	2	2	1	9
الآلات	4	6	4	24
الربح المحقق	10	8	12	

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 10X_1 + 8X_2 + 12X_3$$

$$\text{Subject to: } 30X_1 + 20X_2 + 30X_3 \leq 120$$

$$2X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 9$$

$$4X_1 + 6X_2 + 4X_3 \leq 24$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(6):

شركة دادر للملابس الرجالية يبيع منتجين من الملابس الرجالية:

المنتج	القسم الأول	القسم الثاني	القسم الثالث	الربح
بدل رجالي	4\1	4\1	2\1	12
ملابس كاجول	2\1	6\1	4\3	10
المورد	200	150	500	------

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 12X_1 + 10X_2$$

Subject to:

$$0.25X_1 + 0.5X_2 \leq 200$$
$$0.25X_1 + 0.16X_2 \leq 150$$
$$0.5X_1 + 0.75X_2 \leq 500$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

مثال تطبيقي(13):

يقوم مصنع العودة في مدينة دير البلح بإنتاج ثلاثة أنواع أساسية من المنتجات وهي: (شوكلاتة، بسكويت، شيبسي) بحيث يمر بثلاثة مراحل من الإنتاج:

يحتاج النوع الأول إلى: 3,5 ساعات من الآلة الإنتاجية، و 4 ساعات من التغليف، بدون استيعاب أي وحدة في السوق

يحتاج النوع الثاني إلى: 5 ساعات ونصف من الآلة الإنتاجية، و 5 ساعات ونصف من التغليف، باستيعاب 130 وحدة في السوق

يحتاج النوع الثالث إلى: ساعة من الآلة الإنتاجية، وساعة من التغليف، باستيعاب 120 وحدة في السوق

ولإتمام عملية إنتاج هذه المنتجات لابد من استخدام آله إنتاجية وقتها المتاح على الأكثر 7 ساعات في اليوم، وعدد معين من التغليف بوقت متاح على الأكثر 5 ساعات في اليوم، والكمية التي يستوعبها السوق على الأقل 500 وحدة متاحة

فإذا علمت أن: الربح المحقق من بيع النوع الأول = 2 دينار، والثاني = 0.5 دينار، والثالث 1.75 دينار

المطلوب: صيغ نموذج برمجة خطية للمشكلة السابقة؟

$$\text{MAX } Z = 2X_1 + 0.5X_2 + 1.75X_3$$

Subject to:

$$3.5X_1 + 5.5X_2 + X_3 \leq 7$$
$$4X_1 + 5X_2 + X_3 \leq 5$$
$$130X_2 + 120X_3 \geq 500$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

11 -

صياغة المشكلة في حالة تقليل التكاليف Min

مثال تطبيقي(14)

تقوم إحدى الشركات بإنتاج أنواع مختلفة من الأسمدة الزراعية فإذا وردت إلى الشركة طلبيه للحصول على 24000 كيلوغرام من أسمدة معينة.

ويتكون هذا النوع من الأسمدة من ثلاثة مركبات هي A، B، C، والمواصفات المطلوبة لذلك السماد كما وردت في الطلبية مبينة كما يلي:

1. يجب أن يحتوي السماد على الأقل 6000 كيلو غرام من المركب B.
2. يجب أن لا يحتوي السماد على الأكثر من 8000 كيلو غرام من المركب A.
3. يجب أن يحتوي السماد على الأقل 4000 كيلو غرام من المركب C.

وإذا علمت أن كلفة الكيلو غرام من المركب A تساوي 4 دينار، وكلفة الكيلو غرام من المركب B تساوي 6 دينار، وكلفة الكيلو غرام من المركب C تساوي 8 دينار.

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\text{MIN } Z = 4A + 6B + 8C$$

$$\text{Subject to: } A + B + C = 24000$$

$$B \geq 6000$$

$$A \leq 8000$$

$$C \geq 4000$$

$$A, B, C \geq 0$$

مثال تطبيقي(15):

تقوم مزرعة دجاجكو بتربية وبيع الدجاج، وقد دلت التجارب على أن أفضل طريقة لتغذية الدجاج هي بخلط نوعين من الأعلاف الأولية يحتويان على المواد المقوية اللازمة لتغذية الدجاج، وهي علف رقم ع105، ع205 ، وذلك لتوفير المواد الأساسية المقوية لنموها، حيث يتكون العلف الأول من مادتين والثاني من ثلاثة مواد، وذلك كما يلي:

يتكون العلف رقم ع105 من مادة ب1 بواقع 20 غرام للوحدة، ومن مادة ب2 بواقع 10 غرامات للوحدة.

بينما يتكون العلف رقم ع205 من ثلاثة مواد هي :ب1 بواقع 10 غرامات للوحدة، ومادة ب2 بواقع 10 غرام، ومادة ب3 بواقع 10 غرامات للوحدة الواحدة.

وتحتاج الدجاجة الواحدة في خليط الأعلاف على الأقل إلى 100، 80، 40، غرام من المادة ب1، ب2، ب3 على التوالي في الشهر الواحد.

ويكلف كيلو غرام العلف رقم ع105 عشرة دولار، بينما رقم ع205 يكلف الكيلو غرام منه 12 دولار.

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\text{MIN } Z = 10A + 12B$$

$$\text{Subject to: } 20A + 10B \geq 100$$

$$10A + 10B \geq 80$$

$$10B \geq 40$$

$$A, B \geq 0$$

مثال تطبيقي(16):

مصنع النهضة الحديثة لصناعة حجر البلوك والحصمة حيث يحتوي الحجر على 3 مركبات أساسية وهي (حصمة ، اسمنت، رمل) بحيث:

يحتاج المركب الأول في 6 طن من الحصمة و7 طن من الاسمنت و 8 طن من الرمل،

و يحتاج المركب الثاني 15 طن من الحصمة و17 طن من الاسمنت و 19 طن من الرمل،

يحتاج المركب الثالث 3 طن من الحصمة و5 طن من الاسمنت و 7 طن من الرمل،

فإذا علمت أن الحجر الكامل يحتاج إلى 50 طن من الحصمة و70 طن من الإسمنت و 90طن من الرمل،

وكان تكلفة الحجر من المركب الأول 700 دينار، و للمركب الثاني 800 دينار، و للمركب الثالث 900 دينار

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\text{MIN } Z = 700X_1 + 800X_2 + 900X_3$$

$$\text{Subject to: } 6X_1 + 15X_2 + 3X_3 \geq 50$$

$$7X_1 + 17X_2 + 5X_3 \geq 70$$

$$8X_1 + 19X_2 + 7X_3 \geq 90$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(23):

في مصنع لصناعة الأطعمة الخاصة بالحمية الغذائية طلبا للحصول على مركب غذائي صحي للبدائن يساوي 1400 كيلو كالوري من خليط يحتوي على ثلاث مركبات بمواصفات وشروط محددة وهي:

يجب ألا يحتوي الخليط الغذائي على الأكثر من 400 كيلو كالوري من المركب الأول فقط

يجب ألا يحتوي الخليط الغذائي على الأقل 200 كيلو كالوري من المركب الثاني فقط

يجب ألا يحتوي الخليط الغذائي على الأقل 150 كيلو كالوري من المركب الثالث فقط

فإذا علمت أن تكلفة الكيلو كالوري الواحد:

من المركب الأول = 2 دينار، والمركب الثاني = 3 دينار، والمركب الثالث = 4 دينار

النوع	الأول	الثاني	الثالث	الموارد
الخليط	1	1	1	1400
الخليط	1	0	0	400
الخليط	0	1	0	200
الخليط	0	0	1	150
التكلفة	2	3	4	----------

المطلوب: اكتب برمجة خطية للحالة الدراسية لتحقق اقل تكلفة ممكنة

الحل: نفرض أن النوع الأول X_1 النوع الثاني X_2 النوع الثالث X_3

Objective function:

$$MIN\ Z = 2X_1 + 3X_2 + 4X_3$$

Subject to:

$$X_1 \leq 400$$

$$X_2 \geq 200$$

$$X_3 \geq 150$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1400$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

الامثلة الشاملة

السؤال الاول:

تقوم شركة سطركو لصناعة المنظفات والمواد الكيماوية في بإنتاج ثلاثة أنواع أساسية من المنظفات وهي:

(كلور، معطر، معقم) بحيث يمر بأربع مراحل من الإنتاج:

يحتاج النوع الأول إلى:

4ساعات من التركيب، و ساعة من المعايرة والتحليل، ونصف ساعة من التعبئة، باستيعاب 12وحدة في السوق

يحتاج النوع الثاني إلى:

13ساعة من التركيب، و نصف ساعة من المعايرة والتحليل، ونصف ساعة من التعبئة، باستيعاب خمس ثلاثين وحدات في السوق

يحتاج النوع الثالث إلى:

ساعتين ونصف من التركيب، و ساعة وربع من المعايرة والتحليل، و8.5 ساعات من التعبئة، باستيعاب ثلاث وستين وحدات في السوق

ولإتمام عملية إنتاج هذه المنتجات لابد من استخدام التركيب وقتها المتاح على الأكثر 14 ساعة في اليوم، وعدد ساعات معينة من المعايرة والتحليل على الأقل 6 ساعات في اليوم، وعدد معين من التعبئة بوقت متاح على الأكثر 5 ساعات في اليوم، والكمية التي يستوعبها السوق على الأقل 80 وحدة متاحة

فإذا علمت أن: الربح المحقق من بيع النوع الأول = 2.5 دينار، والثاني = 3.5 دينار، والثالث 4.5 دينار

المطلوب: اكتب برمجة خطية للحالة الدراسية السابقة؟

نماذج البرمجة الخطية Linear Programming Model

طرق حل نماذج البرمجة الخطية:

1. طريقة الرسم البيانيThe Graphical Method
2. طريقة الجبرية Algebraic Method
3. طريقة الصف البسيط السمبلكس The Simplex Method

طريقة الرسم البياني (Graphic Method)

تعتبر طريقة الرسم البياني لمسائل البرمجة الخطية من متغيرين أساسين فقط من الدرجة الأولى تمثل علاقة بخط مستقيم، في ظل وجود قيود وشرط عدم السلبية و(اختبار الأمثلية) الوصول للحل الأمثل.

الطريقة البيانية لحل مشاكل البرمجة الخطية Graphic Solution Of LP Problems

تعتبر طريقة الرسم البياني طريقة سهلة وبسيطة وواضحة في معالجة مشاكل البرمجة الخطية خاصة تلك المشاكل التي لا يزيد فيها عدد المتغيرات عن اثنين فقط والتي تحتوي على عدد بسيط من القيود.

كما تفيد طريقة الرسم البياني كمقدمة لدراسة طرق وأساليب أخرى أكثر تعقيداً في حل مشاكل البرمجة الخطية مثل السمبلكس

ملاحظات: علل لما يلي:

1. ما هو الهدف من الرسم البياني؟

تحديد منطقة الحلول الممكنة، وتحديد نقاط تقاطع المستقيمات.(القيود)

2. ما هو الهدف من إيجاد نقط التقاطع؟

نحل المعادلتين جبرياً بعد تحويل القيود المتباينات إلى معادلات. (لاستخدامها في الرسم)

3. ماذا نختار القيمة دالة الهدف؟

إذا كانت تعظيم الربح تأخذ اكبر قيمة موجودة

وإذا كانت تقليل التكاليف تأخذ اقل قيمة موجودة

(وبذلك يتم حل المشكلة واتخاذ القرار الاداري)

وعند إتباع أسلوب الرسم البياني يجب إتباع الخطوات التالية:

1. رسم المحور السيني والصادي(الجزء الموجب من كل منهما) لتحقيق شرط عدم السلبية
2. تحديد نقطتين لكل مستقيم (معادلة) بفرض مرة X1= ZERO ومرة X2= ZERO
3. رسم المستقيمات المعبرة عن المعادلات (القيود فقط)
4. تحديد منطقة الإمكانيات المتاحة وهذا هو هدف الرسم البياني
5. تعيين النقطة ضمن منطقة الإمكانيات المتاحة التي تعطي أفضل النتائج(أعلى عائد أو أقل تكلفة) وعادة تكون نقطة تقاطع مستقيمات وتكون في حالة تعظيم الأرباح أقرب ما يكون عن نقطة الأصل وتكون في حالة تقليل التكاليف أبعد ما يكون من نقطة الأصل

ماذا يفيد عن التوصل للحل الأمثل؟

بعد التعويض عنها في داله الهدف:

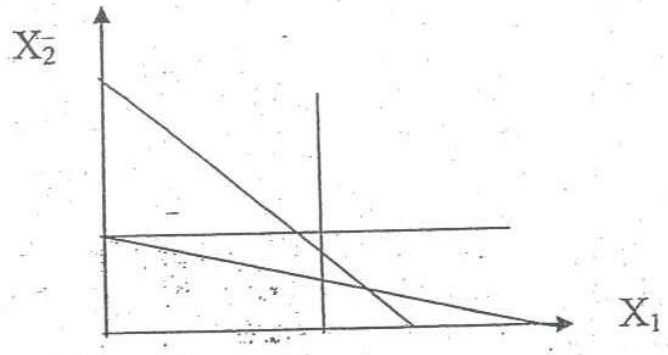
نجدها اكبر قيمة وفي دالة تعظيم الربح

واصغر قيمة في دالة تقليل التكاليف

تعوض عنها في معادلات القيود لكي نتأكد من الاستغلال الأمثل للموارد وبالتالي تحديد الفائض منها واتخاذ القرار الإداري السليم

اتجاه رسم المستقيم في التمثيل البياني:

1. إذا كان القيد اصغر من أو يساوي ≤ الأقرب إلى الصفر بالنسبة إلى X_1 إلى اليسار
2. إذا كان القيد اكبر من ويساوي ≥ الأبعد من الصفر بالنسبة إلى X_1 إلى اليمين
3. إذا كان القيد اصغر من أو يساوي≤ الأقرب إلى الصفر بالنسبة إلى X2 إلى أسفل
4. إذا كان القيد اكبر من ويساوي ≥ الأبعد من الصفر بالنسبة إلى X2 إلى أعلى



لماذا نحول المتباينات إلى معادلات؟

لكي يسهل حلها وإيجاد نقط المستقيم وحلها جبريا

كيفية إيجاد نقط التقاطع:

حل المعادلتين المتقاطعتين جبريا لإيجاد نقطة التقاطع. اما بطريقة الحذف او طريقة التعويض التي تم دراستها سابقا في الرياضيات في الادارة

طريقة الحذف هي ضرب المعادلة بالمعكوس الجمعي لمعامل المتغير نفسة من المعادلة الاخرى وجمعها مع المعادلة الأخرى وايجاد قيمة المتغير الثاني ويتم التعويض بقيمة المتغير الثاني وايجاد قيمة المتغير الاول

طريقة التعويض: ايجاد قيمة المتغير بدلاله المعادلة كلها والتعويض عنها في المعادلة الاخرى ويتم التعويض بقيمة المتغير الثاني وايجاد قيمة المتغير الاول

النموذج الاول من البرمجة الخطية الرسم البياني

حالة وجود قيدين:

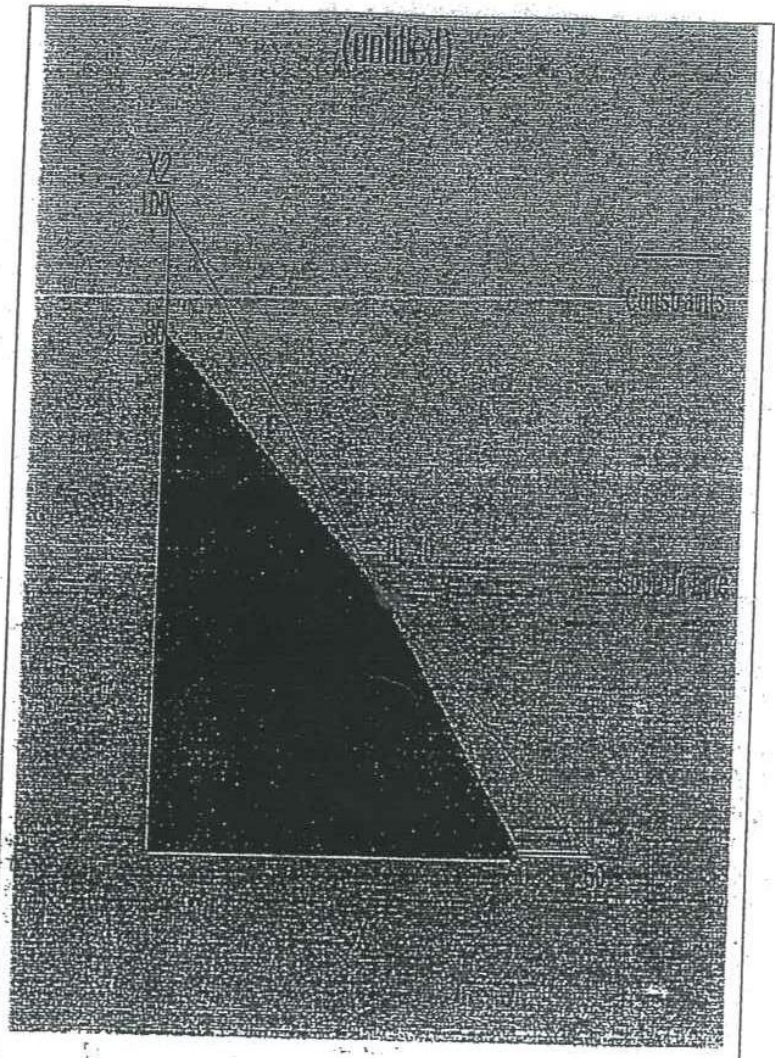
مثال تطبيقي(1):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي:

$$MAX\ Z = 7X_1 + 5X_2$$

$$\text{SUBJECT TO: } \begin{matrix} 4X_1 + 3X_2 \leq 240 \\ 2X_1 + X_2 \leq 100 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{matrix}$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$4X_1 + 3X_2 = 240$ $2X_1 + X_2 = 100$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$4X_1 + 3X_2 = 240$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,80) (60,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0,$ $X_2 = 0$ القيد الثاني	$2X_1 + X_2 = 100$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,100) (50,0)

4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2 جبريا	$4X_1 + 3X_2 = 240$ $2X_1 + X_2 = 100$ نقطة التقاطع C (30,40)

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$Max\ Z = 7X_1 + 5X_2$	النتيجة
A	(0,0)	7(0) + 5(0)	0
B	(0,80)	7(0) + 5(80)	400
C	(30,40)	7(30) + 5(40)	410
D	(50,0)	7(50) + 5(0)	350

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 30 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 30$

وإنتاج 40 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 40$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 410 دينار $Z = 410$

مثال تطبيقي(2):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

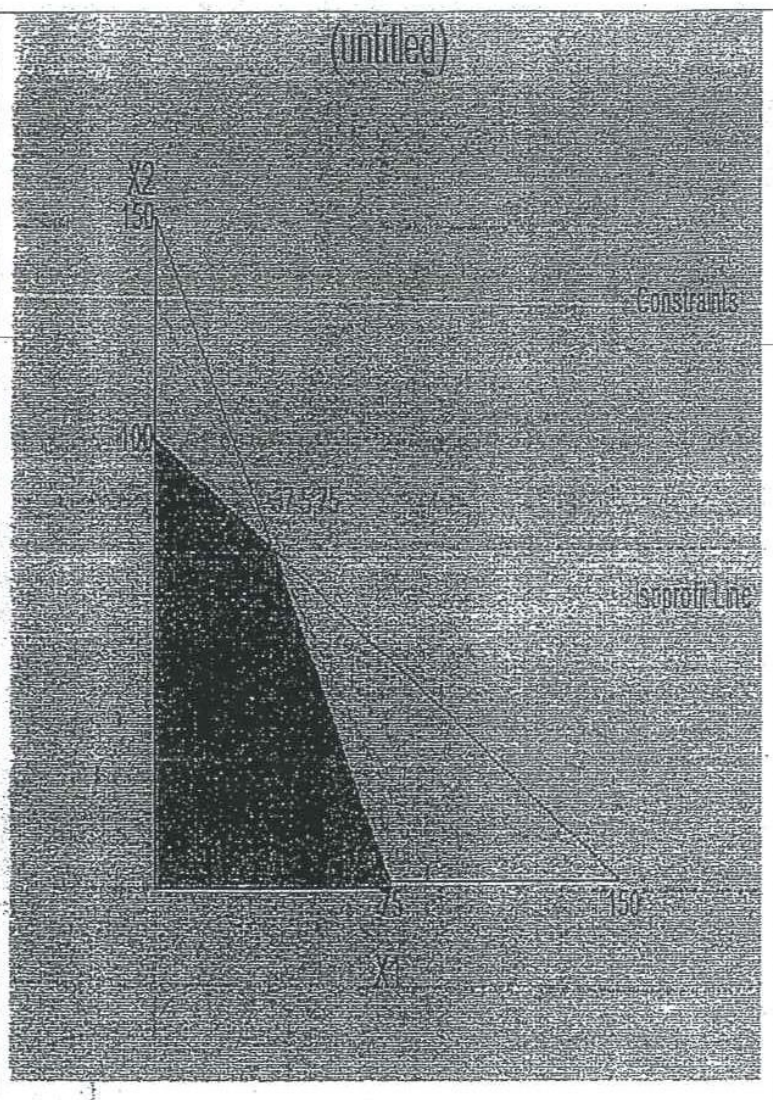
$$\text{MAX } Z = 3X_1 + 2X_2$$

$$\text{SUBJECT TO: } 2X_1 + X_2 \leq 150$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 300$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$2X_1 + X_2 = 150$ $2X_1 + 3X_2 = 300$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول	$2X_1 + X_2 = 150$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,150) (75,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$2X_1 + 3X_2 = 300$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,100) (150,0)

4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2 جبريا	$2X_1 + X_2 = 150$ $2X_1 + 3X_2 = 300$ نقطة التقاطع C (37.5,75)

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في داله الهدف:

	النقطة	$Max\ Z = 3\ X_1 + 2\ X_2$	النتيجة
A	0,0	3 (0) + 2(0)	0
B	75,0	3 (75) + 2(0)	225
C	37.5,75	3 (37.5) + 2(75)	262.5
D	0,100	3 (0) + 2(100)	200

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 37.5 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 37.5$

وإنتاج 75 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 75$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 262,5 دينار $Z = 262.5$

في الحياة العملية لا يمكن انتاج بالكسور ولان داله الهدف تعظيم ربح عند التقريب لأعلي يكون انتاج 38 وحدة من المنتج الاول وانتاج 75 من المنتج الثاني ليحقق ربحا بمقدار 264 دينار

مثال تطبيقي(3):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام الطريقة البيانية:

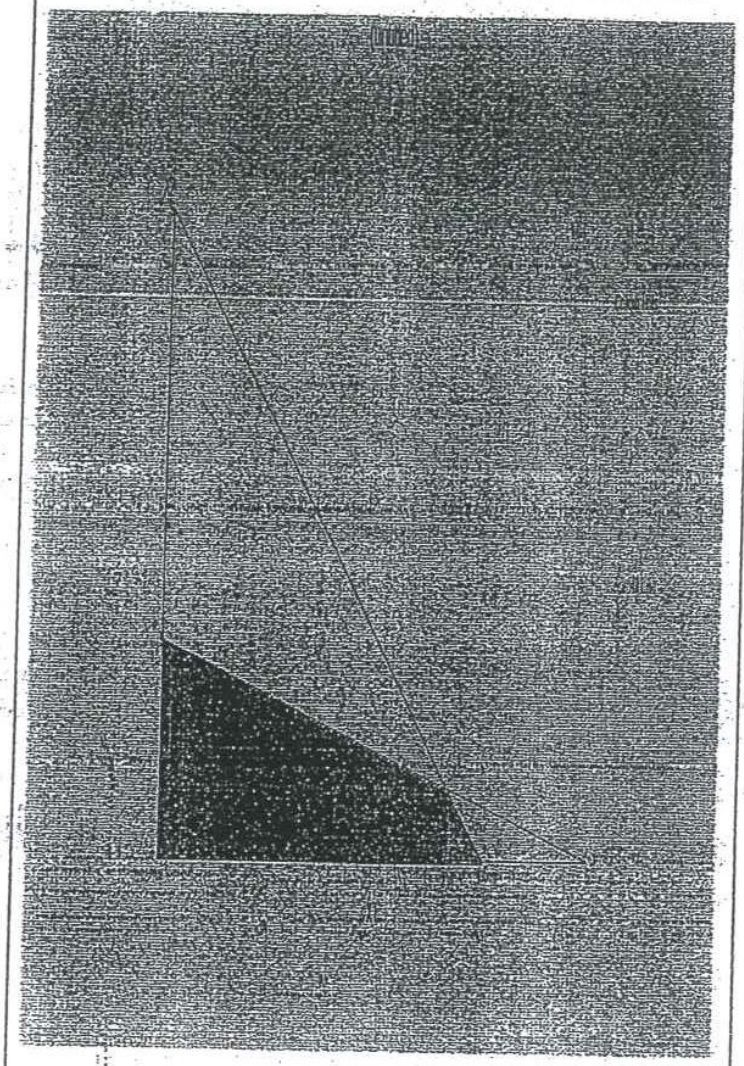
$$\text{MAX } Z = 3X1 + 2X2$$

$$\text{SUBJECT TO: } 2X1 + X2 \leq 9$$

$$X1 + 2X2 \leq 6$$

$$X1, X2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$2X_1 + X_2 = 9$ $X_1 + 2X_2 = 6$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, للقيد الأول $X_2 = 0$	$2X_1 + X_2 = 9$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,9) (4.5,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 =$ 0 القيد الثاني	$X_1 + 2X_2 = 6$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,3) (6,0)

4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2جبريا	$2X_1 + X_2 = 9$ $X_1 + 2X_2 = 6$ نقطة التقاطع C (4,1)

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$Max\ Z = 3X_1 + 2X_2$	النتيجة
A	0,0	3(0) + 2(0)	0
B	0,3	3(0) + 2(3)	6
C	4,1	4(4) + 2(1)	14
D	4.5,0	3(4.5) + 2(0)	13.5

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 4 وحدات من المنتج الأول $X_1 = 4$

وانتاج وحدة واحدة من المنتج الثاني $X_2 = 1$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 14 دينار $Z = 14$